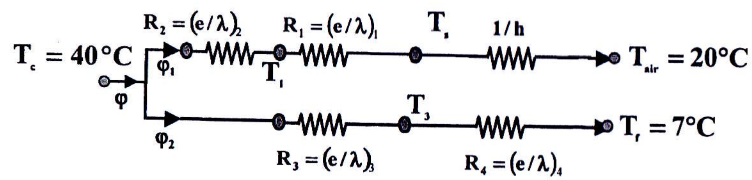
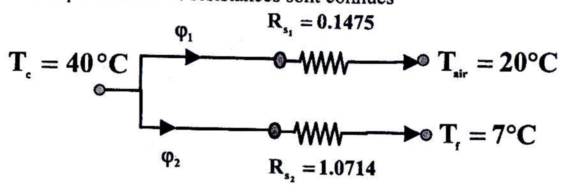
1)



2)
Remarque : toutes les résistances sont connues



2.1
En appliquant les deux lois d'Ohm, $T_c - T_a = 20 = R_{s_1}\varphi_1$, $T_c - T_f = 33 = R_{s_2}\varphi_2$
On trouve $\varphi_1 = 135.6 \ \ W\cdot m^{-2}$, $\varphi_2 = 30.8 \ \ W\cdot m^{-2}$ d'où par la loi des nœuds $\varphi = 166.4 \ \ W\cdot m^{-2}$

2.2
$T_s = 33.56°C$, $T_I = 34.1°C$, $T_3 = 9.2°C$

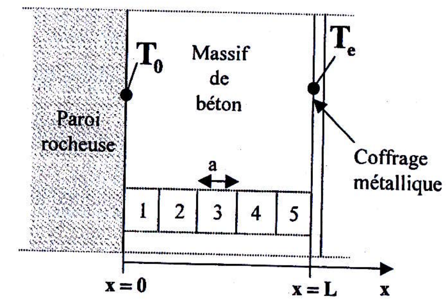
2.3
18,5 %

2.4
$\varphi_2 \le 0.1\varphi = 16.6 \Rightarrow R_{s_2} \ge 2 \Rightarrow e_3 \ge 3.86\,cm$

2.5
1627 Watts

EXERCICE 3 : ETUDE D'UN MASSIF DE BETON

Un massif de béton d'épaisseur L est coulé contre une paroi rocheuse dont la surface, dans le cas considéré, est isotherme à la température T_0. La prise du béton correspond à une réaction chimique exothermique dont la puissance moyenne par unité de volume est notée **p**. Ce massif de béton, de conductivité thermique λ, est compris entre la paroi rocheuse et un coffrage métallique dont la résistance thermique peut être négligée. Le coffrage est arrosé en permanence avec de l'eau froide et l'on considère qu'il est ainsi maintenu à la température T_e de cette eau.
Le problème est traité en régime permanent et en monodimensionel.



1.1 Etablir le système d'équations (bilan local d'énergie + Conditions limites) permettant de résoudre le problème.
1.2 Résoudre le problème
1.3 Mettre la solution sous la forme adimensionnelle suivante
$$\Theta(\alpha) = [1-\alpha]\cdot[1+Z\alpha] \quad \text{où} \quad \alpha = x/L \quad \text{et} \quad \Theta(\alpha) = (T(\alpha)-T_e)/(T_0-T_e)$$
Expression de **Z**?
1.4 Etudier la fonction $\Theta = f(\alpha)$ pour les différentes valeurs de **Z** (0, +1, +15) et tracer les courbes correspondantes. A quel cas particulier correspond **Z=0** ?
1.5 On entreprend la résolution de l'équation par méthode numérique discrète. On découpe le mur en 5 éléments (cf schéma).
Ecrire les équations d'équilibre thermique de chaque élément. Pour les éléments 1 et 5 on approximera les gradients de température sur ½ élément pour respecter précisément les conditions aux limites de températures imposées T_0 et T_e.
1.6 La résolution donne pour les éléments 1,2,4,5 les valeurs suivantes : **17, 25, 23, 13**
Calculer la température de l'élément 3. Vérifier cette valeur avec l'application numérique de la solution exacte. (Avec 11 éléments, on trouve $T_6 = T_{max} = 26.25\,°C$)
On prendra pour les calculs : $p = 150\ W\cdot m^{-3}$, $L = 1$, $\lambda = 1$, $T_0 = 10°C$, $T_e = 5°C$

Rappel : l'équation de la chaleur s'écrit $-div\vec{\varphi}_c + p = \rho C_p \dfrac{\partial T}{\partial t}$ avec $\vec{\varphi}_c$ flux conductif donné par la loi de Fourier.